

基于多算子协同进化的自适应并行量子遗传算法

曲志坚, 陈宇航, 李盘靖, 刘晓红, 李彩虹

(山东理工大学计算机科学与技术学院, 山东淄博 255049)

摘要 量子遗传算法具有种群规模小, 全局搜索能力强的特点被广泛应用于求解各类优化问题. 为了进一步提高量子遗传算法的全局搜索性能. 本文在自适应量子遗传算法的基础上根据种群的适应度定义了个体相似度评价算子、个体适应度评价算子和种群变异调整算子及相应算子的计算方法, 利用多算子协同评价当前种群状态并根据进化代数的变化, 自适应的改变个体的变异概率, 提高了算法全局寻优能力和收敛速度, 降低了算法陷入局部寻优的概率. 此外, 为了提高算法的时间效率, 将算法采用并行多宇宙的方式实现. 实验结果表明, 本文提出的算法在全局搜索性能、收敛速度和效率方面有较好的综合表现.

关键词 遗传算法; 并行计算; 自适应机制; 量子变异

中图分类号: TP301.6 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2018) C180375

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018

Cooperative Evolution of Multiple Operators Based Adaptive Parallel Quantum Genetic Algorithm

QU Zhi-jian, CHEN Yu-hang, LI Pan-jing, LIU Xiao-hong, LI Cai-hong

(School of Computer Science and Technology, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China)

Abstract: The characteristics of strong global search ability with small population size lead to the quantum genetic algorithm is well popular in solving optimization problems. In order to further improve the global searching performances of quantum genetic algorithm, an improved adaptive mechanism based quantum genetic algorithm was presented in the paper. For the presented algorithm, the individual similarity evaluation operator, individual fitness evaluation operator and population mutation adjustment operator were defined and added into the self-adaptive based quantum genetic algorithm. The way of calculating the three operators were also proposed. Therefore, the current population state can be evaluated by the operators cooperatively, and the individual's mutation probability can be determined according to the current population state. The proposed algorithm can improve the global optimization ability and convergence speed, and reduces the probability of falling into local optimization. In addition, a parallel multi-universe mechanism is employed to improve the time efficiency of the algorithm. Experimental results show that the proposed algorithm has a good performance in the global search performance and time efficiency.

Key words: genetic algorithm; parallel computing; adaptive mechanism; quantum mutation

1. 引言

优化问题在工程、管理、科学、经济、军事、科学和设计等众多领域具有广泛的应用, 也是业界和计算机领域研究的热点问题^[1]. 优化问题被认为

是 NP 难问题, 常规的数学规划类的方法难于在多项式时间内找到满足要求的最优解^[2]. 对于大规模的优化问题, 通常采用基于进化计算的方法求解最优解或近似最优解. 量子遗传算法是基于量子计算理论中的量子位和量子纠缠态等概念和理论提出

收稿日期: 2018-04-23; 修回日期: 2017-07-01; 责任编辑: 蓝红杰

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61473179); 山东省自然科学基金 (No. ZR2016FM18); 山东省高等学校科技计划项目 (No. J16LN20)

的一种概率搜索算法，用于在传统计算机上模拟量子计算。量子遗传算法最早由 Han 等人^[3]提出并用于解决组合优化问题。

与传统遗传算法相比，量子遗传算法采用量子比特位(Q-bit)进行编码，种群中的个体状态更加多样，能够以较小的种群规模，更快的搜索到问题的最优解。因为量子遗传算法的独特优势使得其在优化问题中具有广泛的应用。例如，利用量子遗传算法求解 TSP 问题^[4]，对无线传感器视频网络进行优化，获得网络的最大覆盖率^[5]；利用基于混合蛙跳的量子遗传算法对水下声呐图像进行检测与识别^[6]；利用量子遗传算法解决柔性作业车间调度问题^[7]等，均达到了良好的效果。此外，课题组还利用进化算法对基于网络编码的组播资源进行优化^[8-9]，取得了较为理想的结果。

量子遗传算法进化的核心是对量子旋转门进行调整从而获得下一代种群^[10]。然而，量子旋转门旋转角的大小和方向调整具有很大的灵活性。如果旋转角过大容易错过较优解空间；如果旋转角度过小会导致算法收敛速度慢，算法迭代周期较长。对于旋转方向的调整，如果个体均朝着相同的方向进化，将导致进化后期种群缺乏多样性，算法易于陷入局部最优并无法自拔，最终导致算法全局搜索性能下降。另一方面，量子旋转门的确定缺乏通用性，与所求解的问题密切相关，对于不同的问题需要多次试验，不断调整量子门，确定较好的旋转角方案。

另外，由于采用传统计算机模拟量子运算，量子遗传算法计算代价较高，运算时间较传统遗传算法长。但是量子计算本身具有的并行性，为量子遗传算法的并行实现提供了基础^[11]。

为了进一步提高量子遗传算法的全局搜索性能，本文改进了基于自适应机制^[12-13]的量子遗传算法。针对算法存在的收敛速度快，但是具有较大概率陷入局部最优解的问题，提出了基于多算子协同进化的自适应量子遗传算法。本文算法提高了种群进化后期的多样性，能够更大概率的搜索到全局最优解，提高了算法搜索稳定性。此外，为了弥补多算子协同进化带来的时间耗费，利用多宇宙并行的思想^[14]对提出的量子遗传算法实现并行运算。

2. 多算子协同变异机制

基于自适应机制的量子遗传算法^[12]能够根据个体不同的适应度为其分配合理的旋转角步长，显著加快算法收敛速度。但是，其容易导致进化后期种群多样性下降，使算法更易陷入局部最优解。本文算法在自适应旋转角调整的基础上增加了多算子协同变异机制，在每一代种群中根据多个算子的计算结果协同确定种群中不同个体的变异概率，增加了算法进化后期的种群多样性，提高算法搜索全局最优解的稳定性。

多算子协同变异机制通过定义的个体相似度评价算子、个体适应度评价算子和种群变异调整算子共同确定当前种群中每个体的变异概率。其中个体相似度评价算子 x_{sim} 的作用是评价当前种群内的个体差异情况，其定义如公式 (1) 所示。式中 d_{max} 和 d_{min} 分别表示当前种群中与最优个体之间汉明距离最大和最小的个体， d_{avg} 表示当前种群所有个体与最优个体之间汉明距离的平均值。

$$x_{\text{sim}} = \begin{cases} \frac{d_{\text{avg}} - d_{\text{min}}}{d_{\text{max}} - d_{\text{min}}}, & d_{\text{max}} \neq d_{\text{min}} \\ 0 & , d_{\text{max}} = d_{\text{min}} \end{cases} \quad (1)$$

这里用汉明距离来刻画每一代群中个体之间的相似度. 相似度评价算子 x_{sim} 越大, 说明当前种群中的多数个体距离最优解较远, 个体差异性较大. 此时, 可以采用较大的变异概率进一步增加种群多样性. 相似度评价算子 x_{sim} 较小, 说明当前种群收敛到最优解附近, 可降低个体变异概率以保持种群稳定性, 使搜索结果更快的向最优解靠拢.

种群个体适应度评价算子 y_{fit}^i 的作用是评价第 i 个体在当前种群中的质量, 其定义如公式 (2) 所示. 其中, f_{max} 和 f_{min} 分别表示当前种群中最优适应度值和最差适应度值, f_i 表示当前种群中第 i 个个体的适应度值.

$$y_{\text{fit}}^i = \begin{cases} \frac{f_{\text{max}} - f_i}{f_{\text{max}} - f_{\text{min}}}, & f_{\text{max}} \neq f_{\text{min}} \\ 0 & , f_{\text{max}} = f_{\text{min}} \end{cases} \quad (2)$$

算子 y_{fit}^i 越大, 说明当前种群中第 i 个个体的适应度值更接近于最差个体的适应度值. 因此, 进化的时候该个体应该赋予更大的变异概率, 增加进化的幅度. 算子 y_{fit}^i 越小, 说明该个体接近最优解, 可赋予较小的变异概率, 保持优势个体的稳定性.

种群变异调整算子 $F_{\text{acc}}(n)$ 是一个关于当前进化代数 n 的函数. 该算子的作用是当算法早熟, 陷入到局部最优解不能自拔的时候, 通过逐渐增加个体的变异概率促使算法跳出局部最优解. 种群变异调整算子的定义如式 (3) 所示.

$$F_{\text{acc}}(n) = \begin{cases} F_{\text{acc}}(n-1) + C \cdot \frac{s-n}{s}, & \text{where} \\ f_{\text{max}}(n) = f_{\text{max}}(n-T) \wedge n > T \\ F_{\text{acc}}(n-1), & \text{where} \\ f_{\text{max}}(n) \neq f_{\text{max}}(n-T) \wedge n > T \\ 0, & \text{where} \\ n \leq T \end{cases} \quad (3)$$

上式中, n 表示当前进化代数, s 表示算法定义的最大进化代数, 常数 T 表示算法迭代过程中种群最优解连续不发生变化的迭代次数, $C(0 < C \leq 1)$ 为调节常数, $f_{\text{max}}(n)$ 为第 n 代种群中的最优适应度.

从 $F_{\text{acc}}(n)$ 的定义可知, 当种群中的最优适应度连续 T 代未发生变化并且进化还未达到最大进化代数 s 的时候, 则在 $T+1$ 代种群的变异调整算子会在第 T 代的基础上增加一个变异概率值, 增加的值由 s 、 n 和 C 确定. 在算法实际执行过程中, 可以通过设定阈值使 $F_{\text{acc}}(n)$ 在达到一个确定值时不再改变.

算法在每一代进化中可获得当前种群个体相似度评价算子、个体适应度评价算子和种群变异调整算子, 并通过这三个算子协同确定当前种群中个体的变异概率, 该变异概率如式 (4) 所示.

$$p_n^i = \begin{cases} p_0 \cdot y_{\text{fit}}^i \cdot x_{\text{sim}} + F_{\text{acc}}(n), & f_{\text{max}} \neq f_{\text{min}} \\ 0 & , f_{\text{max}} = f_{\text{min}} \end{cases} \quad (4)$$

在公式 (4) 中, p_n^i 表示第 n 代种群中第 i 个个体的变异概率, p_0 为在算法运行之初指定的变异概率常数. 在算法实际的执行过程中也可以通过设定阈值使变异概率达到一个确定值时不再改变.

3. 算法描述

基于多算子协同进化的自适应并行量子遗传算法包括旋转角自适应调整机制、多算子协同变异

机制以及多宇宙并行机制三个部分. 自适应进化机制采用动态旋转角步长调整机制^[12], 其在算法进化过程中按照个体的不同适应度, 修改个体进化的旋转角 $\Delta\theta$, 相应的旋转角查找表如表 1 所示.

表 1 自适应量子遗传算法旋转角步长查找表

x_i^j	b_i	$f(X^j) \geq f(X_{best}^j)$	$\Delta\theta_i^j$	$S(\alpha_i^j, \beta_i^j)$			
				$\alpha_i^j \beta_i^j > 0$	$\alpha_i^j \beta_i^j < 0$	$\alpha_i^j = 0$	$\beta_i^j = 0$
0	0	false	$\theta_1^j = 0$	-	-	-	-
0	0	true	$\theta_2^j = 0$	-	-	-	-
0	1	false	$\theta_3^j = \theta^j$	+1	-1	0	± 1
0	1	true	$\theta_4^j = \theta^j$	-1	+1	± 1	0
1	0	false	$\theta_5^j = \theta^j$	-1	+1	± 1	0
1	0	true	$\theta_6^j = \theta^j$	+1	-1	0	± 1
1	1	false	$\theta_7^j = 0$	-	-	-	-
1	1	true	$\theta_8^j = 0$	-	-	-	-

表 1 中 $f(X)$ 表示个体 X 的适应度值; x_i^j 表示第 j 个个体中的第 i 位; b_i 表示当前种群中最优个体的第 i 位值; $S(\alpha_i^j, \beta_i^j)$ 表示旋转角在极坐标中的旋转方向; θ^j 为第 j 个个体使用的旋转角步长, 其定义如式 (5) 所示.

$$\theta^j = \begin{cases} \frac{f_j - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} (K_2 - K_1) + K_1, & f_{\max} \neq f_{\min} \\ K_1, & f_{\max} = f_{\min} \end{cases} \quad (5)$$

当前种群中, 第 j 个个体的第 i 位的进化旋转角步长和旋转方向可由公式 (6) 计算得到.

$$\Delta\theta_i^j = \theta^j \cdot S(\alpha_i^j, \beta_i^j) \quad (6)$$

图 1 给出了基于多算子协同进化的自适应量子

遗传算法的进化机制.

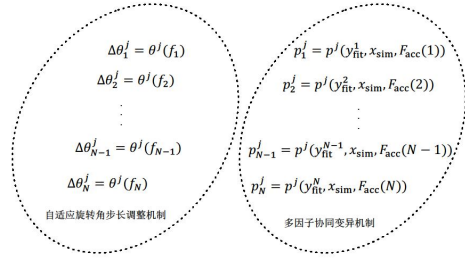


图 1 算法进化机制

从图 1 中可知, 种群的每个个体根据其本身的适应度值和协同变异因子确定适合自身进化的旋转角步长和变异概率.

为了降低额外计算带来的时间代价, 提高算法执行的时间效率, 将算法采用多宇宙并行的机制实现. 本文采用 4 宇宙模型实现算法并行运算, 其结构如图 2 所示^[12]. U_1 为主宇宙, 负责跟从宇宙进行通信和协作, U_2 、 U_3 和 U_4 为从宇宙. 每个宇宙独立进行种群进化, 每隔一定周期主宇宙和从宇宙内的部分优良个体进行双向移民, 用优良个体替换适应度较差的劣势个体. 宇宙间的移民规模通常控制在每个宇宙种群规模的 10%-20% 左右.

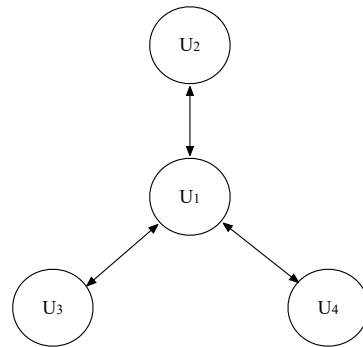


图 2 并行 4 宇宙模型结构图

基于多算子协同进化的自适应并行量子遗传算法 (MOP-AQGA) 描述如表 2 所示.

表 2 MOP-AQGA 算法描述

Procedure of MOP-AQGA
begin
初始化种群: ($t \leftarrow 0$)
对于每一宇宙执行如下操作:
创建种群 $Q(t)$
观测 $Q(t)$ 并获取观测态 $P(t)$
评价 $P(t)$ 的适应度
将最优个体保存到 $B(t)$
while (未达到最大进化代数) do
对每一宇宙执行如下操作:
$t \leftarrow t+1$
观测 $Q(t)$ 并获取观测态 $P(t)$
评价观测态 $P(t)$
按照公式 (10)计算旋转角步长
根据旋转角步长更新 $Q(t)$
将最优的个体保存到 $B(t)$ 中
按照公式 (6) - (8) 计算协同变异算子
按照公式 (9) 计算个体的变异概率
根据变异概率进行变异操作
宇宙间移民操作
将最优的个体保存到 $B(t)$ 中
将全局最优个体保存到全局变量 b 中
end

4 实验分析

为了验证 MOP-AQGA 有效性, 将其与基于自适应机制的传统遗传算法^[13] (AGA)、传统量子遗传算法^[3] (QEA) 以及基于自适应机制的并行量子遗传算法^[12] (MPQEA-AM) 进行了实验分析和比较. 实验求解的优化问题包括: 函数优化问题、背包问题和旅行商问题.

实验采用的软硬件环境为: CPU: Intel(R)

Core(TM) i5-4200H CPU4 核 2.80GHz; 内存: 8G; Ubuntu 16.04.4 LTS; VIM 7.4.1689; openmpi-1.6.5; GCC 5.4.0. 实验中量子遗传算法的变异操作通过交换变异位概率幅的方式实现, MOP-AQGA 和 MPQEA-AM 每个宇宙的种群规模为 50, 宇宙间的移民规模为 15%, 移民周期为 50 代; 其它算法的种群规模为 100. 实验中求解不同问题的各种算法的相同参数设置情况如表 3 所示, 特殊的参数设置情况将在具体问题中单独列出.

表 3 算法参数设置表

算法	参数设置情况
AGA	最大变异概率: $P_{m1}=0.1$ 最小变异概率: $P_{m2}=0.001$ 最大交叉概率: $P_{c1}=0.9$ 最小交叉概率: $P_{c2}=0.6$
QEA	旋转角步长查找表参见文献[3]
MPQEA-AM	最小旋转角步长: $K_1=0.001\pi$ 最大旋转角步长: $K_2=0.05\pi$ 并行宇宙数量: 4
MOP-AQGA	最小旋转角步长: $K_1=0.001\pi$ 最大旋转角步长: $K_2=0.05\pi$ 初始变异概率: $p_0=0.8$ 变异调整算子的调整常数 $C=0.08$ 并行宇宙数量: 4

对于函数优化问题, 在实验中我们选取了 5 个典型函数, 容许误差为 10^{-5} . 其中 F_1 如公式 (7) 所示, 为简单多峰函数, 变量 x 满足条件 $-1 \leq x \leq 2$, 该函数全局最大值约为 3.850.

$$F_1 = x \cdot \sin(10\pi \cdot x) + 2.0 \quad (7)$$

函数 F_2 是一个 Shaffer 函数, 如式 (8) 所示. 该函数在最大值周围具有无数个极小值点, 组成一个均值为 0.99208 的圈脊. F_2 函数的变量取值范围为 $-10 < x, y < 10$, 并在 (0, 0) 点取得唯一的全局最大

值为 1.000. 由于圈脊的存在, 进化算法极易陷入圈脊中局部最优值.

$$F_2 = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x^2 + y^2} - 0.5}{(1 + 0.001(x^2 + y^2))^2} \quad (8)$$

函数 F_3 是一个 De Jones 函数, 如式 (9) 所示.

该函数是一个含有 25 个局部最优解的多峰函数, 实验中当函数值大于 1 时认为该函数收敛. F_3 函数自变量的取值范围为 $-65.536 \leq x_i \leq 65.536$, 其中, a_{ij} 的定义如下式所示.

$$(a_{ij})_{25 \times 25} = \begin{pmatrix} -32 & -16 & 0 & 16 & 32 & -32 & -16 & \dots & 0 & 16 & 32 \\ -32 & -32 & -32 & -32 & -32 & -16 & -16 & \dots & 32 & 32 & 32 \end{pmatrix}$$

$$F_3 = 0.002 + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6} \quad (9)$$

函数 F_4 是一个 Shubert 函数, 如公式 (10) 所示, 其自变量取值范围为 $-10 \leq x, y \leq 10$. 该函数具有 760 个局部最优值, 其全局最大值为 186.731. 实验中, 当算法达到 186.7309 时认为其收敛.

$$F_4 = -\sum_{i=1}^5 i \cos[(i+1)x + i] \cdot \sum_{i=1}^5 i \cos[(i+1)y + i] \quad (10)$$

函数 F_5 是一个六峰值驼背函数, 如公式 (11) 所示, 自变量取值范围为 $-3 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 2$. 其全局最大值为 1.031628.

$$F_5 = -[(4 - 2.1x^2 + \frac{x^4}{3})x^2 + xy - 4y^2(1 - y^2)] \quad (11)$$

函数优化实验中各算法最大迭代次数均设置为 5000 次, 每个函数用不同算法求解 10 次. 表 4 给出了函数优化问题的实验结果, 最佳解和最差解分别表示算法 10 次运行中所找到的最佳和最差的一次解 (该值不一定为理论最优解); 平均解为 10 次最佳解的平均值; 最小迭代次数和最大迭代次数分别表示算法 10 次运行中找到理论最优解的最少和最多迭代次数. 最优解次数为 10 次搜索中找到理论全局最优解的次数; 平均时间为算法运行 5000 代的平均执行时间. 其中, 最佳解用于评价算法的全局寻优能力, 最差解、平均解和最优解次数用于衡量算法的稳定性和跳出局部寻优的能力; 最优时间和平均时间用于评价算法的时间效率.

表 4 函数求最优解实验结果

函数	算法	算法性能指标							
		最佳解	最差解	平均解	最小迭代次数	最大迭代次数	平均迭代次数	最优解出现次数	平均时间 (单位: 秒)
F ₁	AGA	3.850	3.850	3.8115	3	18	8.3	10	0.3410799
	QEA	3.850	3.843	3.849	7	4413	1077.7	7	2.7424451
	MPQEA-AM	3.850	3.850	3.850	12	2356	324.8	10	1.2206195
	MOP-AQGA	3.850	3.850	3.850	7	246	109.1	10	1.3277683
F ₂	AGA	1.0	1.0	1.0	146	1967	894	10	0.6013105
	QEA	1.0	0.99014	0.99416	35	1808	483.25	4	4.7120945
	MPQEA-AM	1.0	0.99058	0.99998	5	4851	702.8	9	1.9667428
	MOP-AQGA	1.0	1.0	1.0	9	1866	222.7	10	2.375487
F ₃	AGA	1.002	0.83174	0.95092	5	32	17.6	7	1.8169447
	QEA	1.002	0.82957	0.98468	29	3953	938.8	9	6.0767981

	MPQEA-AM	1.002	0.83174	0.98497	84	451	271.8	9	3.2787422
	MOP-AQGA	1.002	1.002	1.002	89	701	226	10	3.4723433
F ₄	AGA	186.731	186.729	186.730	3926	4826	4384	4	0.8705684
	QEA	186.724	174.608	183.443	N	N	N	0	5.0792955
	MPQEA-AM	186.730	185.099	186.199	251	4653	2452	2	2.7408378
	MOP-AQGA	186.731	186.730	186.7307	80	359	190.86	7	2.7806132
F ₅	AGA	1.03162	1.03145	1.031589	2149	2149	2149	1	0.7044476
	QEA	1.03162	0.99864	1.027344	4944	4944	4944	1	4.6901924
	MPQEA-AM	1.031628	0.99701	1.0237641	51	151	102	4	2.3371505
	MOP-AQGA	1.031628	1.03157	1.0316103	16	501	176	8	2.6794264

从表 4 可知, 本文提出的 MOP-AQGA 对于简单的函数寻优问题, 其全局搜索准确性和算法时间性能较 QEA 和 MPQEA-AM 有所提高. 随着问题复杂性和规模的增加, 本文算法的优势逐渐凸显. 对于较为复杂的函数, 本文提出的 MOP-AQGA 最优解出现的频率较 AGA 更高, 表明该算法的稳定性和全局搜索能力较优.

接下来通过求解背包问题和旅行商问题进一步比较和分析算法对复杂组合优化问题的求解性能. 实验中首先对不同算法分别运行 10 次, 每次 5 万次迭代. 对于 5 万次迭代没有找到最优解的算法再运行 1 次 200 万次迭代, 观察是否获得最优解.

背包问题的编码采用布尔编码, 编码长度与物品数量相同. 对于背包重量溢出的非法个体, 随机删除物品直至总重量满足背包限制, 使其变为合法个体. 背包问题的测试数据为: 物品价值: {25 24 92 30 42 22 30 70 75 60 76 96 16 59 47 94 29 99 17 31 21 85 48 90 48 29 98 73 42 45 7 71 74 84 33 90 80 87 71 42 7 20 65 96 67 42 90 36 48 34 63 28 49 97 78 71 86 4 75 58 23 51 70 18 35 70 43 72 94 79 64 92 55 46 75 87 74 27 2 21 87 32 29 23 77 80 43 98 12 29 25 90 16 83 53 56 20 51 57 25}; 物品重量: {34 21 56 30 20 8 39 46 24 77 30 47 18 10 15 56 72

12 89 67 60 48 73 25 31 72 86 32 70 99 21 83 95 24 73 30 77 52 36 16 61 35 28 23 46 35 48 35 94 21 21 11 2 14 45 2 14 83 35 56 66 18 92 91 2 39 71 86 79 35 7 53 60 40 40 83 30 47 10 10 69 49 94 50 93 51 62 23 89 26 13 43 79 59 21 77 86 28 83 57}; 背包容量: 282. 运用进化算法求解背包问题之前, 我们首先通过动态规划预先得到的该背包问题的最优解为 1296. 表 5、表 6 和图 3 给了不同算法求解背包问题的实验结果.

表 5 不同算法 50000 次迭代后背包问题求解结果

算法	算法性能指标				
	最佳解	最差解	平均解	最优解次数	平均时间(秒)
AGA	1236	1142	1197.9	0	12.630475
QEA	1234	1178	1185.8	0	136.01359
MPQEA-AM	1275	1177	1243.3	0	51.688178
MOP-AQGA	1296	1284	1293.6	8	53.927545

表 6 不同算法 200 万次迭代后背包问题求解结果

算法	算法性能指标		
	是否找到最优解	迭代次数	最佳解
AGA	否	200万	1274
QEA	否	200万	1234
MPQEA-AM	是	309307	1296
MOP-AQGA	是	2357	1296

从表 5 给出的背包问题实验数据可知, 本文提出的 MOP-AQGA 能够在 10 次实验中 8 次得到全局最优解, 平均解也优于其它算法. 从表 6 中可知, MOP-AQGA 最快可以在 2357 次迭代就找到最优解, 而其它算法中仅有 MPQEA-AM 能够最快在 30 万次进化后找到全局最优解.

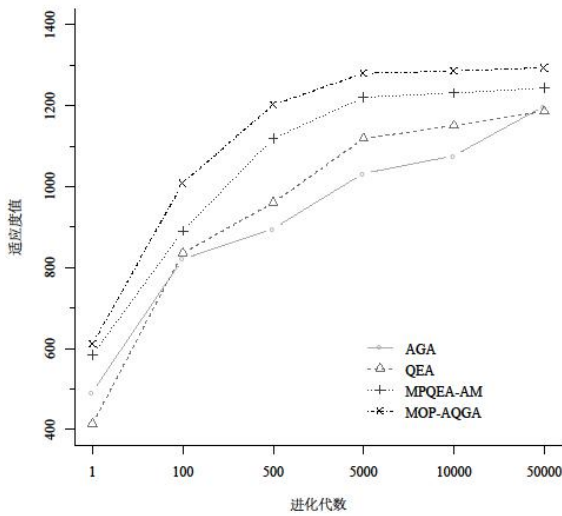


图 3 背包问题不同算法进化代数与适应度对比图

图 3 给出了求解背包问题过程中算法适应度与进化代数之间的对应关系. 从图 3 可以发现 MOP-AQGA 在每一个采样点的适应度均优于其它算法, 充分说明了算法搜索过程的稳定性.

旅行商 (TSP) 问题的实验数据采用 14 城市地图, 该地图数据如表 7 所示. 量子遗传算法采用长度为 13×14 的二维矩阵编码^[4], 该编码方式是量子遗传算法的特有编码方式, 能够在进化过程中产生非法个体. 旅行商问题的适应度函数如公式 (12) 所示. 其中, $d(S_i, S_{i+1})$ 表示地图中两个邻接点之间的距离. AGA 算法采用整数编码, 通过将路径中出现的相同节点编号随机为未出现过的节

点编号的方法修改非法个体.

$$fitness = -[\sum_{i=1}^{n-1} d(S_i, S_{i+1}) + d(S_n, S_1)] \quad (12)$$

表 7 旅行商问题实验数据

城市编号	坐标X	坐标Y	城市编号	坐标X	坐标Y
1	16.47	96.10	8	17.20	96.29
2	16.47	94.44	9	16.30	97.38
3	20.09	92.54	10	14.05	98.12
4	22.39	93.37	11	16.53	97.38
5	25.23	97.24	12	21.52	95.59
6	22.00	96.05	13	19.41	97.13
7	20.47	97.02	14	20.09	94.55

对于上表给出的地图, 其 TSP 的最优路径为: 1->10->9->11->8->13->7->12->6->5->4->3->14->2->1, 该路径的最小代价为 30.8785. 该 TSP 的实验结果如表 8、表 9 和图 4 所示.

表 8 不同算法 50000 次迭代后旅行商问题求解结果

算法	算法性能指标				
	最佳解 (-)	最差解 (-)	平均解 (-)	最优解次数	平均时间 (秒)
AGA	30.878	32.18	31.44	2	8.802083
QEA	31.376	33.83	32.63	0	144.3273
MPQEA-AM	30.878	32.52	31.31	7	52.11771
MOP-AQGA	30.878	30.878	30.87	10	55.52676

表 9 不同算法 200 万次迭代后旅行商问题求解结果

算法	算法性能指标		
	是否找到最优解	迭代次数	最佳解 (-)
AGA	是	48111	30.878504
QEA	否	200万	31.232077
MPQEA-AM	是	40014	36.479608
MOP-AQGA	是	8918	30.878504

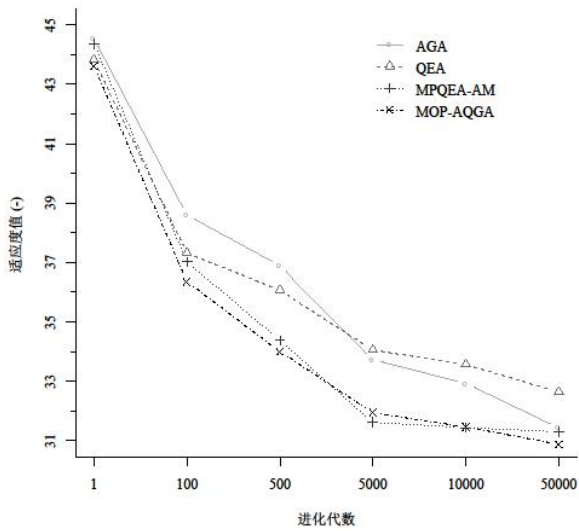


图 4 TSP 问题不同算法进化代数与适应度对比图

从表 8 可知，本文提出的 MOP-AQGA 在 10 次实验中每次都能求得该地图的全局最优路径，相应的 MOP-AQGA、AGA 和 QEA 分别只有 7 次、2 次和 0 次，进一步说明了 MOP-AQGA 算法具有极强的全局寻优能力。从表 9 中可知，QEA 在 200 万次迭代以后仍然无法找到全局最优解，说明量子遗传算法更易于陷入局部最优。图 4 给出了不同算法适应度值与进化代数之间的关系。从图 4 中可以发现 MOP-AQGA 在种群进化的后期仍然具有较强的收敛能力。对于 MPQEA-AM，由于采用不同的角步长进化，使得算法前期进化速度较快，但是其在进化后期种群更容易趋于一致，一旦算法无法找到全局最优解将陷入局部最优而无法自拔。

综上所述，本文提出的 MOP-AQGA 具有基于多算子协同决策的变异机制，保证算法在进化后期仍然能够持续的逼近全局最优解，具有较好的全局收敛性能和良好的算法稳定性，对不同求解问题的适应性更强，综合性能更好。

5 结论

本文在自适应量子遗传算法的基础上提出了基于个体相似度评价算子、个体适应度评价算子和种群变异调整算子协同决策的自适应变异机制，形成基于多算子协同进化的自适应量子遗传算法，促进算法进化后期的种群多样性，提高了算法的全局寻优能力。算法中个体相似度评价算子能够度量当种群中的个体是否收敛到最优解附近，据此确定该个体变异概率；个体适应度评价算子能够度量种群中个体间的差异，促进不同个体朝着更适合自身的寻优方向进化；种群变异调整算子能够根据量子遗传算法的进化代数自动调整种群中个体的变异概率，在算法陷入局部最优解无法自拔时提高了算法摆脱局部最优解的能力。此外，通过将种群分布于多个宇宙并行进化的方式，实现算法的并行计算，达到较好的综合性能。

参考文献

- [1]. Qu B Y, Zhu Y S, Jiao Y C, and et al. A survey on multi-objective evolutionary algorithms for the solution of the environmental/economic dispatch problems[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2018, 38: 1-11.
- [2]. Wang Y, Feng X Y, Huang Y X, et al. A novel quantum swarm evolutionary algorithm and its applications[J]. Neurocomputing, 2007, 70(4-6): 633-640.
- [3]. Han K H, and Kim J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 580-593.

- [4]. 王宇平, 李英华. 求解 TSP 的量子遗传算法[J]. 计算机学报, 2007, 30(5): 748-755.
- Wang Y P, Li Y H. A novel quantum genetic algorithm for TSP [J]. Chinese Journal of Computers, 2007(05): 748-755. (in Chinese)
- [5]. Kuo S Y, Chou Y H, Chen C Y. Quantum-inspired algorithm for cyber-physical visual surveillance deployment systems [J]. Computer Networks, 2017, 117: 5-18.
- [6]. Wang X M, Liu S, Li Q, Liu Z P. Underwater sonar image detection: a novel quantum-inspired shuffled frog leaping algorithm [J]. Chinese Journal of Electronics, 2018, 27(3): 588-594.
- [7]. Wu X, Wu S. An elitist quantum-inspired evolutionary algorithm for the flexible job-shop scheduling problem [J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2017, 28(6): 1441-1457.
- [8]. Qu Z, Liu X, Zhang X, et al. Hamming-distance-based adaptive quantum-inspired evolutionary algorithm for network coding resources optimization[J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2015, 22(3):92-99.
- [9]. Qu Zhijian, Fu Jia, Liu Xiaohong, Li Caihong. Network coding resources optimization with transmission delay constraint in multicast networks [J]. High Technology Letters, 2017, 23(1): 30-37.
- [10]. 邢焕来,潘炜,邹喜华.一种解决组合优化问题的改进型量子遗传算法[J].电子学报, 2007(10):1999-2002.
- Xing H L, Pan W, Zou X H. A novel improved quantum genetic algorithm for combinatorial optimization problems [J]. Acta Electronic Sinica, 2007(10):1999-2002. (in Chinese)
- [11]. Gupta S, Mittal S, Gupta T, et al. Parallel quantum-inspired evolutionary algorithms for community detection in social networks [J]. Applied Soft Computing, 2017, 61: 331-353.
- [12]. 刘晓红,曲志坚,曹雁锋,等. 基于自适应机制的多宇宙并行量子衍生进化算法[J]. 计算机应用, 2015, 35(2): 369-373.
- Liu X H, Qu Z J, Cao Y F, and et al. Multi-universe parallel quantum-inspired evolutionary algorithm based on adaptive mechanism [J]. Journal of Computer Applications, 2015,35(2): 369-373. (in Chinese)
- [13]. 曲志坚,张先伟,曹雁锋,等. 基于自适应机制的遗传算法研究 [J]. 计算机应用研究, 2015, 32(11): 3222-3225,3229.
- Qu Z J, Zhang X W, Cao Y F, et al. Research on genetic algorithm based on adaptive mechanism [J]. Application Research of Computers, 2015,32(11): 3222-3225,3229. (in Chinese)
- [14]. 杨俊安, 庄镇泉, 史亮. 多宇宙并行量子遗传算法[J]. 电子学报, 2004(6): 923-928.
- Yang J A, Zhuang Z Q, Shi L. Multi-universe parallel quantum genetic algorithm [J]. Acta Electronic Sinica, 2004(6): 923-928. (in Chinese)

作者简介



曲志坚 男，1980 年生于山东青岛。现为山东理工大学计算机科学与技术学院副教授、硕士生导师。主要研究方向为进化算法和网络资源优化。

Email: zhijianqu@sdut.edu.cn



陈宇航 男，1997 年生于浙江丽水。现为山东理工大学计算机科学与技术专业本科生。ACM-ICPC 亚洲区域赛银奖获得者。主要研究方向为算法分析与设计。

Email: sdut_snow@163.com



李彩虹（通讯作者） 女，1970 年生于山东省招远市。现为山东理工大学计算机科学与技术学院教授、硕士生导师。主要研究方向为智能移动机器人和人工智能控制技术。

E-mail: lich@sdut.edu.cn

本文联系作者：

曲志坚，电话 18678160816